ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

САВВИДИ ГЕОРГИЙ КОНСТАНТИНОВИЧ

# ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА НЕАБЕЛЕВЫМ КАЛИБРОВОЧНЫМ ПОЛЕМ

(Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Ереван - 1977

Работа выполнена в Ереванском физическом институте.

Научный руководитель - доктор физико-математических наук, профессор С.Г.МАТИНЯН

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук А.А.АНСЕЛЬМ
кандидат физико-математических наук А.А.БЕЛАВИН

Ведущее учреждение - Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР

Защита диссертации состоится "14" марта 1978 г. в 14 часов на заседании специализированного совета Д 034.01.03 по присуждению ученых степеней в Ереванском физическом институте по адресу: 375036, г.Ереван, Маркаряна, 2

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ереванского физического института.

Автореферат разослан "17" I 1978 г.

Ученый секретарь специализированного совета В.А.ШАХБАЗЯН



## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. За последние годы калибровочные теории сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий стали играть существенную роль в физике элементарных частиц. Связано это с тем, что неабелевое калибровочное поле обладает универсальным характером взаимодействия и является асимптотически свободным.

Несмотря на большие успехи, в теории остается ряд нерешенных проблем. Все они прямо или косвенно связаны с безмассовостью янг-миллсовского кванта.

Являясь асимптотически свободной, теория Янга-Миллса имеет сильные инфракрасные полюса: эффективный заряд обращается в бесконечность при некотором фиксированном значении импульса $p^2 \sim \mu^2 \exp(-1/g^2)$. Поэтому при построении различных моделей необходимо решить эту проблему. Одной из возможностей является введение массы с помощью механизма Хиггса. Однако введение скалярных полей приводит к необходимости рассматривать эффективную константу взаимодействия скалярного поля. При этом невозможно одновременно обеспечить асимптотическую свободу всех констант взаимодействия, входящих в теорию, и появление массы у всех векторных мезонов.

Коулманом и Вейнбергом был предложен механизм генерации массы, основанный на динамическом нарушении симметрии. Ими было показано, что радиационные поправки к скалярному полю в скалярной электродинамике существенно изменяют теорию, делая ее неустойчивой, и приводят к незануляющемуся вакуумному среднему скалярного поля и, следовательно, к нулевой массе фотона. Ансельмом и Дьяконовым рассматривался механизм генерации массы, основанный на динамическом нарушении симметрии по Коулману -Вейнбергу при наличии

Работа выполнена в Ереванском физическом институте.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор С.Г.МАТИНЯН

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук А.А.АНСЕЛЬМ

кандидат физико-математических наук А.А.БЕЛАВИН

Ведущее учреждение – Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР

Защита диссертации состоится "14" марта 1978 г. в 14 часов на заседании специализированного совета Д 034.01.03 по присуждению ученых степеней в Ереванском физическом институте по адресу: 375036, г.Ереван,Маркаряна,2

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ереванского физического института.

Автореферат разослан "17" I 1978 г.

Ученый секретарь специализированного совета В.А.ШАХБАЗЯН



## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. За последние годы калибровочные теории сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий стали играть существенную роль в физике элементарных частиц. Связано это с тем, что неабелевое калибровочное поле обладает универсальным характером взаимодействия и является асимптотически свободным.

Несмотря на большие успехи, в теории остается ряд нерешенных проблем. Все они прямо или косвенно связаны с безмассовостью янг-миллсовского кванта.

Являясь асимптотически свободной, теория Янга-Миллса имеет сильные инфракрасные полюса: эффективный заряд обращается в бесконечность при некотором фиксированном значении импульса $p^2 \sim \mu^2 exp(-1/g^2)$. Поэтому при построении различных моделей необходимо решить эту проблему. Одной из возможностей является введение массы с помощью механизма Хиггса. Однако введение скалярных полей приводит к необходимости рассматривать эффективную константу взаимодействия скалярного поля. При этом невозможно одновременно обеспечить асимптотическую свободу всех констант взаимодействия, входящих в теорию, и появление массы у всех векторных мезонов.

Коулменом и Вейнбергом был предложен механизм генерации массы, основанный на динамическом нарушении симметрии. Ими было показано, что радиационные поправки к скалярному полю в скалярной электродинамике существенно изменяют теорию, делая ее неустойчивой, и приводят к незануляющемуся вакуумному среднему скалярного поля и, следовательно, к нулевой массе фотона. Ансельмом и Дьяконовым рассматривался механизм генерации массы, основанный на динамическом нарушении симметрии по Коулману –Вейнбергу при наличии минимум которого лежит в точке $H_{vac} = \mu^2 \exp\left\{-\frac{24\pi^2}{11 g^2}\right\}$ . Из результата, полученного с помощью ренормализационной группы, следует, что $H_{vac} = \mu^2 \exp\left\{\int \frac{dx}{\beta(x)}\right\}$ . Этот результат согласуется с общим утверждением, полученным Гроссом и Невье, и означает, что в чистой теории Янга-Миллса имеет место динамическое нарушение симметрии. Отметим, что в этой области не применима теория возмущения.

Апробация работы. Результаты диссертации были доложены на сессии Отделения ядерной физики Академии Наук СССР (Москва, 1976), на конференциях молодых ученых ЛИЯФ им. Б.П.Константинова (Гатчина, 1977) и ЕФИ (Нор-Амберд, 1977), представлены на ХУШ Международную конференцию по физике высоких энергий (Тбилиси, 1976), обсуждались на теоретических семинарах ИТЭФ (Москва) и ЕФИ (Ереван).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано пять статей [I-5].

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, приложения, заключения и списка литературы из II5 наименований. Общий объем - I06 страниц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении излагаются цель и основные результаты работы. Делается обзор литературы по рассматриваемым в диссертации вопросам и объясняется общая структура работы.



В главе I предлагается метод вычисления квантовых поправок к классическому действию и функций Грина во внешнем поле, основанный на представлении собственного времени Фока-Швингера. На каждом этапе вычисления этот метод имеет калибровочно-инвариантный характер, что особенно важно при исследовании калибровочных теорий. Он обладает также тем преимуществом, что проведение перенормировок откладывается на конец вычислений и происходит четкое разделение ультрафиолетовых и инфракрасных расходимостей.

Мы иллюстрируем этот метод вычисления в различных теориях.

В квантовой электродинамике нами показано, что выражение, полученное Швингером (I95I) для квантовой поправки, обусловленной поляризацией вакуума произвольным внешним полем, совпадает с однопетлевым приближением $W^{(1)}$ для эффективного действия $\Gamma$

$$\Gamma = S_{кл} + W = S_{кл} + W^{(1)} + W^{(2)} + \dots ,$$

где $S_{кл}$ - классическое действие. Явные выражения для $W^{(1)}$ Швингером получены в двух случаях: постоянного поля и поля плоской волны. В первом случае результат совпадает с известным лагранжианом Гейзенберга-Эйлера, а во втором случае $W^{(1)}$ равно нулю, т.е. плоская волна не поляризует электронно-позитронный вакуум.

Этим же методом исследована $\lambda \varphi^4$ теория. После суммирования однопетлевых графиков с помощью функции Грина во внешнем поле

$$\mathcal{D}^{\varphi}(x', x'') = i \int_0^\infty ds\, e^{-im^2 s} (x' | U(s) | x'')$$

для $W^{(1)} = \int d^4_x \, \mathcal{L}^{(1)}(x)$ получено

$$\mathcal{L}^{(1)}(x) = -\frac{i}{2}\int_0^\infty \frac{ds}{s} e^{-im^2 s} (x|U(s)|x),$$

где
$$U(s) = e^{-iH_\varphi s}, \quad H_\varphi = -P^2 + \frac{\lambda\varphi^2(x)}{2}.$$

Уравнения движения, определяющие $(x'|U(s)|x'')$, удалось решить в двух случаях: $\varphi = const$ и $\varphi = \varphi(\xi)$, где $\xi = k_\mu x_\mu$ и $K^2 = 0$. В обоих случаях лагранжиан равен

$$\mathcal{L}^{(1)}_{un} = \frac{1}{32\pi^2}\int \frac{ds}{s^3} exp\left\{-\frac{\lambda\varphi^2(\xi)}{2}s\right\}.$$

После перенормировки этого лагранжиана с помощью условий перенормировки Коулмана-Вейнберга получено выражение для $\mathcal{L}^{(1)}_R$, которое совпадает с эффективным потенциалом Коулмана-Вейнберга. Таким образом, в противоположность К.Э.Д., плоская волна в этой теории поляризует вакуум. В конце этой главы обсуждаются различные методы вычисления эффективного действия $\Gamma$.

Глава II посвящена исследованию поляризации вакуума неабелевым калибровочным полем в однопетлевом приближении.

В калибровочных теориях всегда возникает вопрос о калибровочной инвариантности физических величин. Необходимо различать два аспекта этой проблемы: $G$ - инвариантность - инвариантность теории относительно калибровочных преобразований группы - и $\alpha$ - инвариантность - независимость физических величин от калибровочного параметра. Последний вопрос особенно остро стоял в скалярной электродинамике (Джакив, 1974).



В теории Янга-Миллса первый вопрос решен нами применением явно-ковариантных калибровок (Де Витт, 1967; Хонеркамп, 1974; Каллош, 1974). В этих калибровках однопетлевой вклад в эффективное действие равен:

$$\Gamma = S^{кл}_{Y.M} + W^{(1)}_{Y.M} + W^{(1)}_{F.P},$$

$$W^{(1)}_{Y.M}(\alpha) = \frac{i}{2} Sp \ln H(\alpha), \quad W^{(1)}_{F.P} = -i\, Sp \ln H_0,$$

$$H_{\mu\nu}(\alpha) = g_{\mu\nu}\nabla_\sigma\nabla_\sigma - 2g\hat{G}_{\mu\nu} + (\alpha-1)\nabla_\mu\nabla_\nu,$$

$$H_0 = \nabla_\sigma\nabla_\sigma.$$

Поляризационный вклад фиктивных частиц не зависит, естественно, от калибровочного параметра $\alpha$. Следовательно, необходимо доказать независимость $W^{(1)}_{Y.M}(\alpha)$ от $\alpha$. Это удалось сделать, ограничиваясь полями, удовлетворяющими свободным уравнениям движения

$$\nabla^{ab}_\mu G^b_{\mu\nu} = 0.$$

На этом классе полей с помощью фундаментального соотношения

$$\nabla_\mu H_{\mu\nu}(\alpha) = \alpha H_0 \nabla_\nu - g[\nabla_\mu \hat{G}_{\mu\nu}]$$

доказано, что

$$W^{(1)}_{Y.M}(\alpha) = W^{(1)}_{Y.M}(1) + \frac{i}{2}\ln\alpha\, Sp\, 1,$$

т.е. с точностью до тривиального слагаемого, не зависящего от поля, однопетлевой вклад в эффективное действие поля Янга-Миллса не зависит от $\alpha$ и равен

$$W^{(1)} = \frac{i}{2} Sp \ln H(1) - i\, Sp \ln H_0.$$

Аналогичным образом нами полностью выделена зависимость от калибровочного параметра $\alpha$ в функции Грина во внешнем поле

$$\Delta(\alpha) = \Delta(1)\left[1 + \frac{\alpha-1}{\alpha}\nabla\mathcal{D}\nabla\right].$$

Отметим, что поле инстантона (Белавин, Поляков, Шварц, Тюпкин; 1975) принадлежит к рассматриваемому классу полей, и, следовательно, эти доказательства справедливы и для него. С использованием для $W^{(1)}$, $\Delta$ и $\mathcal{D}$ представления собственного времени получено

$$W^{(1)} = -\frac{i}{2}\int\frac{ds}{s}\,Sp\,e^{-iH(1)s} + i\int\frac{ds}{s}\,Sp\,e^{-iH_0 s},$$

$$\Delta = -i\int ds\, e^{-iH(1)s} - \frac{\alpha-1}{\alpha}\int ds\,dt\, e^{-iH(1)s}\,\nabla\, e^{-iH_0 t}\,\nabla,$$

$$\mathcal{D} = -i\int ds\, e^{-iH_0 s}.$$

Таким образом, задача вычисления однопетлевого лагранжиана и функции Грина во внешнем поле свелась к нахождению матричных элементов операторов $U(s) = e^{-iH(1)s}$ и $U_0(s) = e^{-iH_0 s}$. Основой для этого служат методы, обсуждавшиеся в первой главе.

Простейшим нетривиальным решением свободных уравнений движения является ковариантно-постоянное поле

$$\nabla_\rho^{ab} G_{\mu\nu}^{b} = 0,$$

для которого $[\hat{G}_{\mu\nu}, \hat{G}_{\lambda\rho}] = 0$. Это важное свойство позволяет вычислить матричные элементы операторов $U(s)$ и $U_0(s)$. Само решение записывается в виде

$$A_\mu^a = -\frac{1}{2}F_{\mu\nu}x_\nu \cdot n^a,$$

где $F_{\mu\nu}$ и $n^a$ не зависят от $X$, причем $n^a n^a = 1$.



Окончательное выражение для однопетлевого вклада записывается в виде:

$$\mathcal{L}^{(1)} = \frac{2}{16\pi^2}\int\frac{ds}{s^3}\,\frac{gf_1s\cdot gf_2s}{sh(gf_1s)\,Sin(gf_2s)} + \frac{1}{4\pi^2}\int\frac{ds}{s^3}\,gf_1s\cdot gf_2s\left[\frac{Sin\,gf_1s}{sh\,gf_2s} - \frac{Sin\,gf_2s}{sh\,gf_1s}\right],$$

где $f_1$ и $f_2$ собственные значения матрицы $F_{\mu\nu}$.

Рассмотрим выражение для $\mathcal{L}^{(1)}$ в пределе сильного магнитного поля($f_1 = H$, $f_2 = 0$ ).Результат выглядит следующим образом

$$\mathcal{L}^{(1)}_{Y.M.} \cong -\frac{11}{48\pi^2}(gH)^2\ln\left(\frac{H}{\mu^2}\right).$$

В соответствующем случае асимптотика лагранжиана Гейзенберга-Эйлера имеет вид:

$$\mathcal{L}^{(1)}_{К.Э.Д.} \cong \frac{(eH)^2}{24\pi^2}\ln\left(\frac{eH}{m^2}\right).$$

В случае электрического поля ( $f_1 = 0, f_2 = E$ ) $\mathcal{L}^{(1)}_{Y.M.}$ имеет мнимую часть, которая равна

$$2\,Im\,\mathcal{L}^{(1)}_{Y.M.} = \frac{g^2E^2}{48\pi^2}.$$

Поскольку вероятность всех процессов с сохранением вакуумного состояния дается величиной

$$|exp\{i\Gamma\}|^2 = exp\{-2\,Im\,\Gamma\},$$

то из предыдущего выражения следует сильная неустойчивость вакуумного состояния.В квантовой электродинамике эта величина экспоненциально мала из-за ненулевой массы электрона.

<u>В главе III</u> исследуется асимптотика эффективного действия с помощью ренормализационной группы как в теории Янга-Миллса, так и в К.Э.Д.

Основным техническим приемом является использование явно-ковариантных калибровок, в которых контр-член имеет универсальный вид:

$$Z\cdot S^{cl.}_{Y.M.}$$

Из тождеств Уорда следует, что $Z$ не зависит от $\alpha$ при любых полях, а эффективное действие $\Gamma$ не зависит от $\alpha$ на классе полей, удовлетворяющих уравнениям движения без источников (Де Витт, 1976; Хонеркамп, 1974; Каллош, 1974). Последнее означает, что в уравнениях ренормализационной группы нужно опустить член $d\Gamma/d\alpha = 0$

Далее мы вводим разложение эффективного действия по импульсам:

$$\Gamma = \int d^4x \{ \bar{\mathcal{L}} + \tilde{\mathcal{L}} + \tilde{\tilde{\mathcal{L}}} + \cdots \quad .$$

В этом разложении $\bar{\mathcal{L}}$ зависит только от инвариантов $\mathcal{F}$ и $\mathcal{G}$, но не зависит от ковариантных производных $G_{\mu\nu}$. Функция $\tilde{\mathcal{L}}$ зависит от однократной ковариантной производной $\hat{G}_{\mu\nu}$ и т.д.

С помощью функции $\bar{\mathcal{L}}$ вводится условие перенормировки по полю:

$$Re \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial \mathcal{F}}\Big|_{t=\ln\left(\frac{(2\mathcal{F})^{1/2}}{\mu^2}\right)=\mathcal{G}=0} = -1 \quad .$$

Такое простое условие перенормировки удалось записать благодаря тому, что в явно-ковариантных калибровках контр-член равен $Z \cdot S^{\text{кл}}_{\text{Y.M.}}$, и поэтому все расходимости лежат в $\bar{\mathcal{L}}$ .

Условие перенормировки, введенное выше, служит граничным условием для уравнения ренормализационной группы, причем решить это уравнение удается потому, что контр-член равен $Z \cdot S^{\text{кл}}$ и, следовательно,

$$\beta = -g\gamma$$

где $\beta$ есть функция Каллана-Симанзика, а $\gamma$ - аномальная размер-



ность поля.

Окончательный результат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial \mathcal{F}} = -\frac{g^2}{\bar{g}^2(t)}, \quad t = \ln\frac{H}{\mu^2};$$

$$\frac{d\bar{g}}{dt} = \bar{\beta}(\bar{g}) .$$

Это выражение справедливо как в теории Янга-Миллса, так и К.Э.Д. Из него, в частности, можно получить, что магнитная проницаемость вакуума равна

$$m = \frac{g^2}{\bar{g}^2(t)}$$

При подстановке $\beta$ - функции в однопетлевом приближении выражение для эффективного заряда получаем $-1 \pm ag^2t$ откуда становится очевидным различие в асимптотиках лагранжиана Гейзенберга-Эйлера и лагранжиана, полученного во второй главе. Подставляя $\beta$ - функцию в более высоких приближениях, удается получить выражения для многопетлевых асимптотик. Асимптотика для двухпетлевого лагранжиана, полученная таким образом, совпадает с той, которая была получена Ритусом (1975) в К.Э.Д.

Условия перенормировки, записанные в виде

$$\frac{1}{H}\frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial H}\Big|_{H=\mu^2} = -1$$

позволяют получить явное выражение для плотности энергии вакуума в магнитном поле

$$\mathcal{E}(H) = \frac{H^2}{2} + \frac{11(gH)^2}{48\pi^2}\left[\ln\frac{H}{\mu^2} - \frac{1}{2}\right],$$

которое имеет минимум в точке